CORSO DI FORMAZIONE

I DATI INVALSI PER UN USO INFORMATIVO, FORMATIVO E PER IL MIGLIORAMENTO

XI EDIZIONE, GENNAIO/APRILE 2025

UNO SGUARDO AL QUADRO DI RIFERIMENTO E AGLI ITEM DELLE PROVE INVALSI DI MATEMATICA

Stefania Pozio
Prima Ricercatrice INVALSI

Indagini internazionali

- OCSE – PISA:
  - Indagine internazionale promossa per rilevare le competenze dei quindicenni scolarizzati.
  - Ha l'obiettivo generale di verificare se, e in che misura, i giovani che escono dalla scuola dell'obbligo abbiano acquisito alcune competenze giudicate essenziali per svolgere un ruolo consapevole e attivo nella società e per continuare ad apprendere per tutta la vita.

- IEA – TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study)
  - Permette di ricavare dati di trend molto utili per conoscere l'andamento nel tempo delle prestazioni degli studenti di IV primaria e III sec. I grado in matematica e scienze.

Indagini internazionali

- OCSE – PISA:

VENDITA DI GIORNALI

Due giornali di Zedlandia cercano venditori. I cartelli pubblicitari qui sotto indicano quanto i due giornali pagano i venditori.

CORRIERE DI ZEDLANDIA

HAI BISOGNO DI SOLDI IN PIÙ?

VENDI IL NOSTRO GIORNALE

Verrai pagato:
0,20 zed a giornale per i primi 240 venduti in una settimana, più 0,40 zed per ciascun giornale in più venduto.

GIORNALE DI ZEDLANDIA

LAVORO BEN PAGATO CHE RICHIEDE POCO TEMPO!

Vendi il *Giornale di Zedlandia* e guadagni 60 zed a settimana, più 0,05 zed in più per ogni giornale venduto.

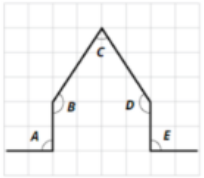
Domanda 1: VENDITA DI GIORNALI *PM994Q01 – 0 1 9*

In media, Federico vende 350 copie del *Corriere di Zedlandia* alla settimana.

Quanto guadagna in media ogni settimana?

Importo in zed: .....

- IEA – TIMSS



Identify the type of each angle in the diagram. Record your answers in the table.

Angle *A* is already done for you.

	Right angle	Smaller than a right angle	Larger than a right angle
A	☑	☐	☐
B	☐	☐	☑
C	☐	☑	☐
D	☐	☐	☑
E	☑	☐	☐

Alla base delle rilevazioni

QUADRO TEORICO DI RIFERIMENTO

- Definito in corrispondenza con le finalità generali dell'Invalsi che riguardano la *valutazione del sistema dell'istruzione*

- redatto coerentemente al quadro generale nel quale sono formulati i *curricoli della scuola italiana*

- Indicazioni di legge attualmente in vigore

Alla base delle rilevazioni

QUADRO TEORICO DI RIFERIMENTO

- Definisce gli ambiti, i processi cognitivi e i compiti oggetto di rilevazione, delimitando quindi il campo rispetto al quale sono costruite le prove

- Permette di definire e circoscrivere il valore informativo delle prove che in base ad esso vengono costruite, chiarendone la portata e i limiti

- Costituisce il documento fondamentale per
  - gli autori delle prove
  - gli esperti che ne curano la revisione
  - i docenti che sono chiamati a interpretare i risultati dei loro allievi

INDICAZIONI NAZIONALI

Gli *AMBITI* di contenuto fanno esplicito riferimento a quelli delle indicazioni nazionali.

AMBITI
- **Numeri** → **ARITMETICA**
- **Spazio e figure** → **GEOMETRIA**
- **Relazioni e funzioni**
- **Dati e previsioni**

DIMENSIONI
Conoscere
Risolvere problemi
Argomentare

Quadro di riferimento: la struttura

MATEMATICA: LE DIMENSIONI

Conoscere
Risolvere problemi
Argomentare

- esigenze connesse con l'analisi statistica dei risultati delle prove
- necessità di orientare la lettura dei risultati in accordo con le indicazioni nazionali per il Curricolo e in particolare con i Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola primaria e secondaria di I grado

Competenza matematica in INVALSI

Le dimensioni sono un ***raggruppamento dei traguardi (obiettivi di apprendimento)***, fondato sull'idea che le attività matematiche si riferiscano essenzialmente o all'***argomentare*** o al ***risolvere problemi*** e che queste due non siano completamente indipendenti l'una dall'altra e richiedano ***conoscenze*** su concetti, linguaggio formale e procedure.
La ***dimensione semiotica*** della rappresentazione è trasversale alle altre e assume in ciascuna di esse aspetti diversi.

DIMENSIONI

Argomentare
Produrre, verificare e giustificare affermazioni, in modo formale o non formale, comprendere testi che coinvolgono aspetti logici e matematici, costruire ragionamenti.

Risolvere problemi
Risolvere problemi riferibili sia ad aspetti interni alla matematica sia ad aspetti applicativi collegati ad ambiti scientifici (economico, sociale, tecnologico) o, più in generale, al mondo reale.

Conoscere
Conoscere concetti, algoritmi, procedure e farne un uso consapevole.

Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola primaria	Codifica	Dimensione
Si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.	T1	1
Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.	T2	1
Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo.	T3	1
Utilizza strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura (metro, goniometro...).	T4	1
Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.	T5	2
Riconosce e quantifica, in casi semplici, situazioni di incertezza.	T6	2
Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici.	T7	3
Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.	T8	2
Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri.	T9	3
Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...).	T10	1

Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola secondaria di primo grado	Codifica	Dimensione
Si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni.	T1	1
Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi.	T2	1
Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni.	T3	2
Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza.	T4	2
Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati.	T5	2
Confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.	T6	2
Produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite (ad esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione).	T7	3
Sostiene le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di una argomentazione corretta.	T8	3
Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni, ecc.) e ne coglie il rapporto col linguaggio naturale.	T9	1
Nelle situazioni di incertezza (vita quotidiana, giochi, ecc.) si orienta con valutazioni di probabilità.	T10	2

INVALSI

Per la scuola secondaria di secondo grado non sono previsti, dalla normativa vigente, Traguardi per lo sviluppo delle competenze. Il gruppo di lavoro INVALSI ha individuato una serie di Traguardi per lo sviluppo delle competenze in diretta continuità con i Traguardi della fine del primo ciclo

Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola secondaria di secondo grado[12]	Codifica	Dimensione
Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni.	T1	1
Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Utilizza proprietà delle figure geometriche e teoremi per il calcolo di lunghezze, aree e volumi.	T2	1
Rappresenta, elabora, analizza e interpreta dati, anche calcolando indici, per descrivere situazioni e individuare caratteristiche di un fenomeno o di una situazione, eventualmente anche allo scopo di produrre ipotesi e prendere decisioni.	T3	2
Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati.	T4	2
Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.	T5	2
Riconosce, fra diverse argomentazioni, quelle che sono adeguate a sostenere una determinata tesi; produce esempi e controesempi utili a confermare o a confutare una determinata affermazione.	T6	3
Produce argomentazioni esplicitando la tesi, utilizzando conoscenze e forme argomentative pertinenti alla tesi oggetto di argomentazione.	T7	3
Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale).	T8	1
Riconosce, tra diversi modelli matematici proposti, quelli più adeguati a descrivere determinate situazioni oggetto di interesse.	T9	2
Utilizza semplici modelli matematici dati per descrivere situazioni e fenomeni reali.	T10	2
Dati una situazione o un fenomeno reali individua le variabili significative e costruisce un modello matematico adeguato a rappresentarli.	T11	2
Esprime valutazioni e stime di probabilità in situazioni caratterizzate da incertezza. Esprime stime di probabilità di eventi composti a partire dalla conoscenza delle probabilità di eventi elementari.	T12	2

INVALSI

CONTINUITA'

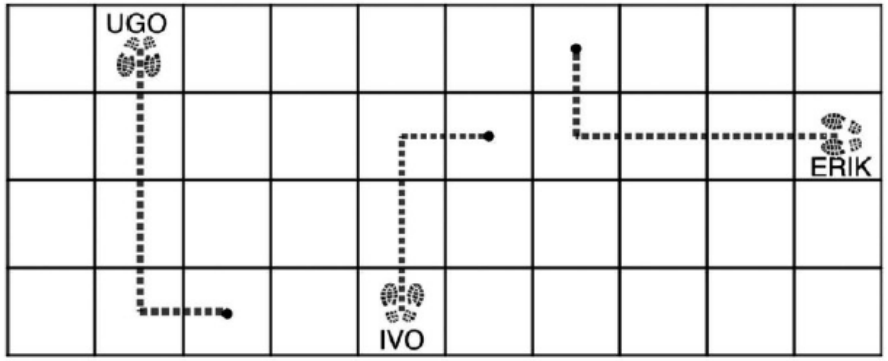
Traguardi al termine della Scuola Primaria	Traguardi al termine della Scuola Secondaria di Primo Grado	Traguardi al termine della Scuola Secondaria di Secondo Grado
1. Si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.	**1.** Si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni.	**1.** Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni.
2. Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.	**2.** Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi.	**2.** Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Utilizza proprietà delle figure geometriche e teoremi per il calcolo di lunghezze, aree e volumi.
3. Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo.		
4. Utilizza strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura (metro, goniometro, ecc.).		
5. Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.	**3.** Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni.	**3.** Rappresenta, elabora, analizza e interpreta dati, anche calcolando indici, per descrivere situazioni e individuare caratteristiche di un fenomeno o di una situazione, eventualmente anche allo scopo di produrre ipotesi e prendere decisioni.

Conoscere: conoscere concetti, algoritmi, procedure e farne un uso consapevole.

II primaria

D8. Sofia ha dato queste istruzioni ai suoi compagni:

"Spostati in avanti di 3 piastrelle, poi spostati alla tua destra di una piastrella".



Chi ha seguito correttamente le istruzioni?

A. ☐ Ugo

B. ☐ Ivo

C. ☐ Erik

RISULTATI CAMPIONE				
Item	**Mancante**	**A**	**B**	**C**
D8	3,4%	37,8%	20,4%	**38,3%**

AMBITO PREVALENTE

SPAZIO E FIGURE

DIMENSIONE

Conoscere

RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.

TRAGUARDO

Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.

OBIETTIVO

Eseguire un semplice percorso partendo dalla descrizione verbale o dal disegno, descrivere un percorso che si sta facendo e dare le istruzioni a qualcuno perché compia un percorso desiderato.

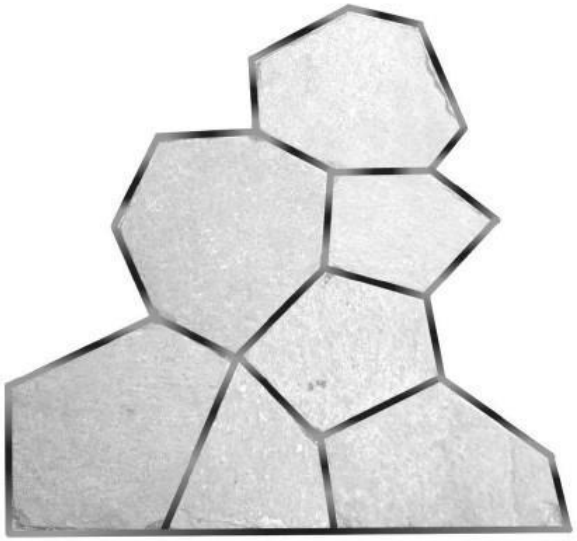
SCOPO DELLA DOMANDA

Confrontare diversi percorsi su una griglia sulla base di vincoli assegnati

Conoscere: conoscere concetti, algoritmi, procedure e farne un uso consapevole.

V primaria

D16. Mira ha iniziato a pavimentare un cortile con mattonelle di pietra di forme diverse.



Indica con una crocetta tutte le mattonelle che hanno la forma di un pentagono.

AMBITO PREVALENTE
SPAZIO E FIGURE
DIMENSIONE
Conoscere
RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.
TRAGUARDO Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo. **OBIETTIVO** *Descrivere, denominare e classificare figure geometriche, identificando elementi significativi e simmetrie, anche al fine di farle riprodurre da altri.*
SCOPO DELLA DOMANDA
Individuare i pentagoni in un gruppo di poligoni

RISULTATI CAMPIONE			
Item	Mancante	Errata	Corretta
D16	6,1%	33,3%	60,6%

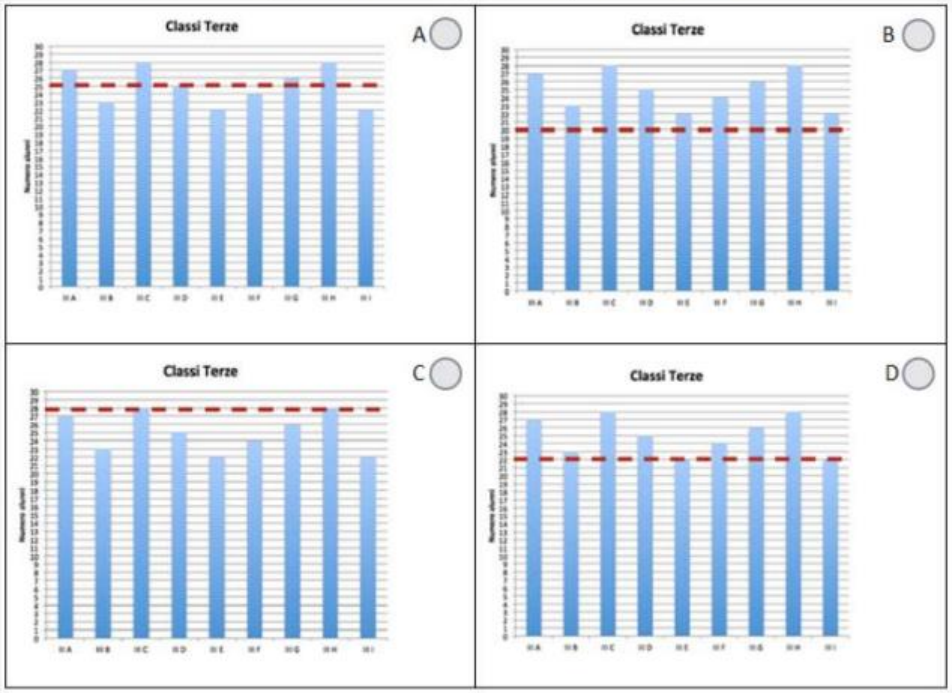
Conoscere: conoscere concetti, algoritmi, procedure e farne un uso consapevole.

Domanda

In una scuola sono presenti 9 classi terze. Nei grafici sotto è rappresentata la distribuzione del numero di alunni in ogni classe.
In quale grafico la linea tratteggiata rappresenta la media del numero degli alunni per classe?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

Se vuoi cambiare la risposta che hai fornito, deseleziona la risposta data e poi seleziona quella che vuoi dare.



III sec. I grado

Domanda 5

Ambito Dati e previsioni

Livello 5

Risposta corretta: A

Dimensione: Conoscere

Traguardo: Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni, ecc.) e ne coglie il rapporto col linguaggio naturale

Formato: Scelta multipla semplice

Scopo della domanda: Riconoscere la rappresentazione grafica della media

Conoscere: conoscere concetti, algoritmi, procedure e farne un uso consapevole.

Domanda

Per rispondere clicca su una delle alternative.

II sec. II grado

L'espressione $b^2 + b^3$ è equivalente a

A ○ b^6

B ○ b^5

C ○ $b^2(1+b)$

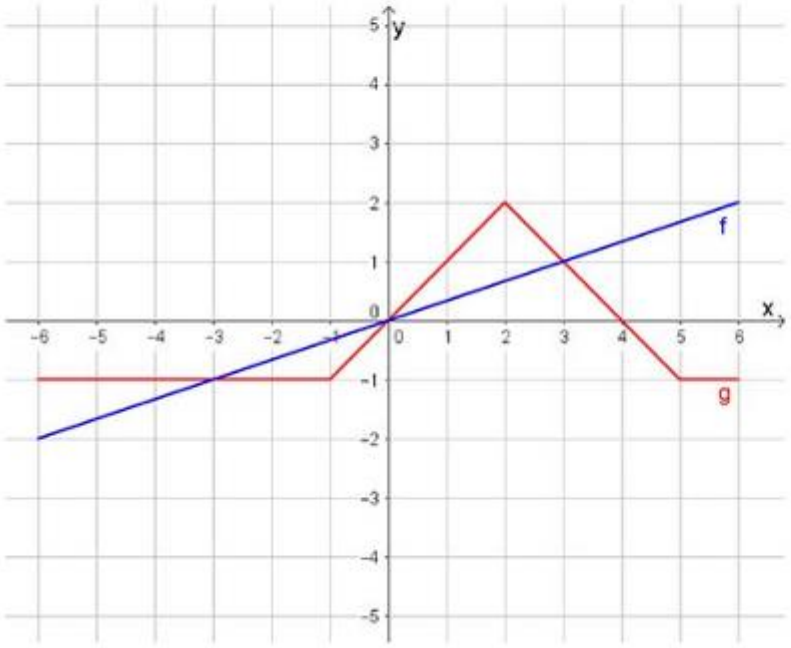
D ○ $2b^5$

Ambito: Numeri
Livello: 4
Risposta corretta: C
Dimensione: Conoscere
Traguardo:
Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni.
Scopo della domanda:
uso della proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione

Conoscere: conoscere concetti, algoritmi, procedure e farne un uso consapevole.

Domanda

Osserva i grafici delle funzioni f e g di variabile reale definite nell'intervallo $]-6;6[$.



Fai riferimento ai grafici a sinistra e clicca su una delle alternative.

L'insieme delle soluzioni della disequazione $f(x) < g(x)$ è

A ○ $(-3 < x < 0) \vee (3 < x < 6)$

B ○ $(-6 < x < -3) \vee (0 < x < 3)$

C ○ $(-2 < x < -1) \vee (0 < x < 1)$

D ○ $(-1 < x < 0) \vee (1 < x < 2)$

V sec. II grado

Ambito: Relazioni e funzioni
Livello: 3
Risposta corretta: B
Dimensione: Conoscere
Traguardo: Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale)
Scopo della domanda: riconoscere l'insieme delle soluzioni di una disequazione che coinvolge due funzioni reali di variabile reale

Risolvere problemi: risolvere problemi riferibili sia ad aspetti interni alla matematica sia ad aspetti applicativi

D6. Niccolò è al parco divertimenti e ha questi soldi.

II primaria

Il biglietto per fare un giro sulla ruota panoramica costa 8 euro.

Quanti giri al massimo può fare Niccolò?

Risposta: ..... giri

RISULTATI CAMPIONE			
Item	**Mancante**	**Errata**	**Corretta**
D6	4,7%	39,5%	**55,9%**

AMBITO PREVALENTE

NUMERI

DIMENSIONE

Risolvere problemi

RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.

TRAGUARDO

Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.

OBIETTIVO

Eseguire mentalmente semplici operazioni con i numeri naturali e verbalizzare le procedure di calcolo.

SCOPO DELLA DOMANDA

Utilizzare le informazioni fornite in un testo e in un'immagine per risolvere una situazione problematica

Risolvere problemi: risolvere problemi riferibili sia ad aspetti interni alla matematica sia ad aspetti applicativi

D11. Alice è in libreria e vorrebbe acquistare questo libro.

Oggi alla cassa applicano uno sconto del 50% al prezzo indicato.

Alice ha 11,50 euro. Può comprare il libro?

Scegli l'opzione corretta e completa la frase.

☐ Sì e le avanzano ..... centesimi

☐ No e le mancano ..... centesimi

V primaria

RISULTATI CAMPIONE			
Item	**Mancante**	**Errata**	**Corretta**
D11	6,8%	29,1%	**64,1%**

AMBITO PREVALENTE

NUMERI

DIMENSIONE

Risolvere problemi

RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.

TRAGUARDO

Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.

OBIETTIVO

Utilizzare numeri decimali, frazioni e percentuali per descrivere situazioni quotidiane.

SCOPO DELLA DOMANDA

Risolvere una situazione problematica che coinvolge l'applicazione di una percentuale

Risolvere problemi: risolvere problemi riferibili sia ad aspetti interni alla matematica sia ad aspetti applicativi

Domanda

Nel disegno vedi raffigurata una motocicletta.

Quando la motocicletta si sposta in avanti di 50 cm, la ruota anteriore compie una rotazione pari a un angolo retto.

Quanto misura l'ampiezza della rotazione che la ruota anteriore compie quando la motocicletta si sposta in avanti di 75 cm?

Digita la risposta alla domanda.

Risposta: ☐ **gradi**

III secondaria di I grado

Ambito: Spazio e figure
Livello: 4
Risposta corretta: 135
Dimensione: Risolvere problemi
Traguardo: Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza
Scopo della domanda: utilizzare il ragionamento proporzionale per risolvere un problema sulla relazione fra lunghezza di una circonferenza e ampiezza della rotazione

Risolvere problemi: risolvere problemi riferibili sia ad aspetti interni alla matematica sia ad aspetti applicativi

Ambito: Numeri

Livello: 4

Risposta corretta: D

Traguardo:
Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati.

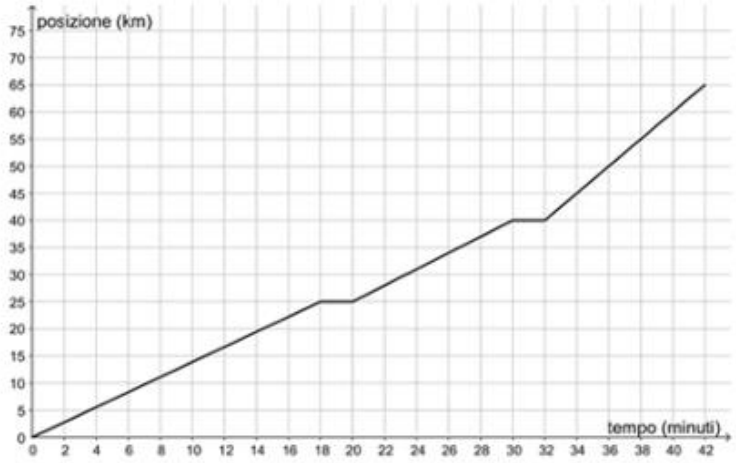
Scopo della domanda: calcolare percentuali composte

Risolvere problemi: risolvere problemi riferibili sia ad aspetti interni alla matematica sia ad aspetti applicativi

V secondaria di II grado

Domanda

Il grafico seguente rappresenta la posizione di un treno in funzione del tempo nel percorso dalla stazione di Bologna alla stazione di Reggio Emilia. Durante il percorso il treno effettua due fermate intermedie: la prima a Castelfranco e la seconda a Modena.



Domanda 1/2

Sulla base del grafico indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

Fai riferimento al grafico e clicca su una alternativa in ogni riga. Se ti accorgi di aver sbagliato, devi prima deselezionare la risposta scelta e poi cliccare sull'alternativa che ritieni corretta.

	V	F
In ognuna delle stazioni intermedie il treno si ferma per due minuti	☐	☐
Il percorso Castelfranco - Modena è lungo 40 km	☐	☐
Nel tratto Bologna - Castelfranco la velocità media è maggiore che nel tratto Modena - Reggio Emilia	☐	☐

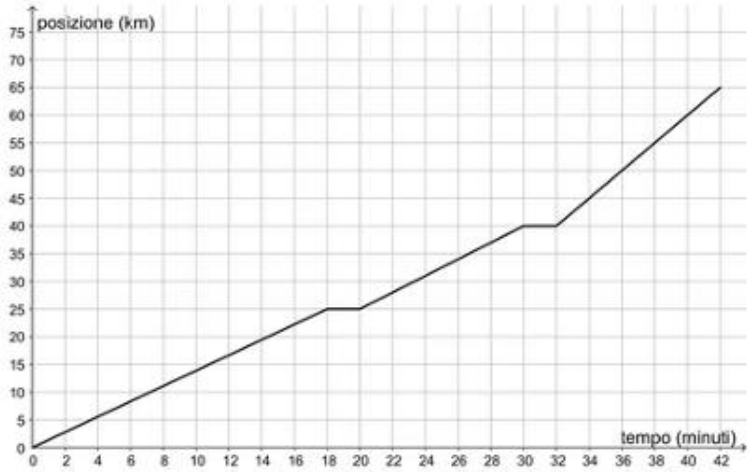
Licei non Scientifici e Istituti Professionali – Esempio 1

Ambito: Relazioni e funzioni
Livello: 2
Risposta corretta: V – F – F
Scopo della domanda: interpretare un grafico di tipo posizione - tempo.

Risolvere problemi: risolvere problemi riferibili sia ad aspetti interni alla matematica sia ad aspetti applicativi

Domanda

Il grafico seguente rappresenta la posizione di un treno in funzione del tempo nel percorso dalla stazione di Bologna alla stazione di Reggio Emilia. Durante il percorso il treno effettua due fermate intermedie: la prima a Castelfranco e la seconda a Modena.



Domanda 2/2

Qual è la velocità media nell'intero percorso?

Fai riferimento al grafico a sinistra e digita il risultato.

Risultato: ☐ km/h

65/42*60= 92,85

V secondaria di II grado

Ambito: Relazioni e funzioni
Livello: 5
Risposta corretta: 93 (accettabili tutti i valori compresi tra 92 e 93, estremi inclusi)
Traguardo: Rappresenta, elabora, analizza e interpreta dati, anche calcolando indici, per descrivere situazioni e individuare caratteristiche di un fenomeno o di una situazione, eventualmente anche allo scopo di produrre ipotesi e prendere decisioni
Scopo della domanda: interpretare un grafico di tipo posizione - tempo.

Argomentare: Produrre, verificare e giustificare affermazioni, in modo formale o non formale

II primaria

D11. Osserva queste figure.

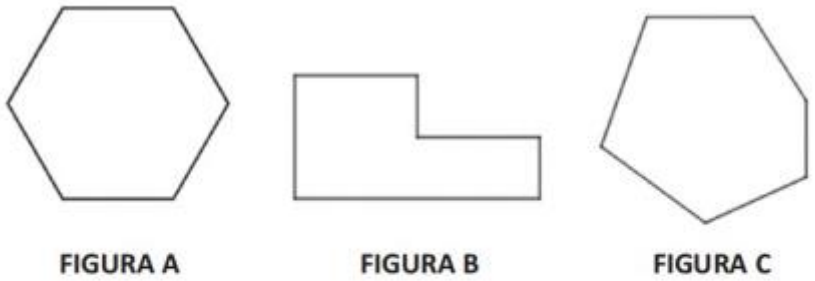


FIGURA A FIGURA B FIGURA C

Una delle seguenti affermazioni è vera. Quale?

A. ☐ Solo la figura A ha 6 lati

B. ☐ Solo le figure A e C hanno 6 lati

C. ☐ Tutte e tre le figure hanno 6 lati

AMBITO PREVALENTE
SPAZIO E FIGURE
DIMENSIONE
Argomentare
RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.
TRAGUARDO Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici. **OBIETTIVO** *Classificare numeri, figure, oggetti in base a una o più proprietà, utilizzando rappresentazioni opportune, a seconda dei contesti e dei fini.*
SCOPO DELLA DOMANDA
Individuare esagoni sulla base della loro classificazione

RISULTATI CAMPIONE				
Item	**Mancante**	**A**	**B**	**C**
D11	2,8%	8,4%	27,7%	**61,1%**

Argomentare: Produrre, verificare e giustificare affermazioni, in modo formale o non formale

V primaria

D12. Giulio e Claudio giocano con due dadi a sei facce non truccati.

Decidono che:

- se la somma dei punti sui due dadi è 7 vince Claudio
- se la somma dei punti sui due dadi è 11 vince Giulio.

Lanciano i dadi.

Chi ha più probabilità di vincere?

A. ☐ Giulio perché 11 è maggiore di 7

B. ☐ Giulio perché 11 si può ottenere come 5+6 e 6+5

C. ☐ Claudio perché 7 si può ottenere in più di due modi mentre 11 no

D. ☐ Nessuno dei due perché 7 e 11 sono entrambi numeri dispari

RISULTATI CAMPIONE					
Item	Mancante	A	B	C	D
D12	1,5%	10,3%	17,9%	**52,8%**	17,5%

AMBITO PREVALENTE

DATI E PREVISIONI

DIMENSIONE

Argomentare

RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.

TRAGUARDO

Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici.

OBIETTIVO

In situazioni concrete, di una coppia di eventi intuire e cominciare ad argomentare qual è il più probabile, dando una prima quantificazione nei casi più semplici, oppure riconoscere se si tratta di eventi ugualmente probabili.

SCOPO DELLA DOMANDA

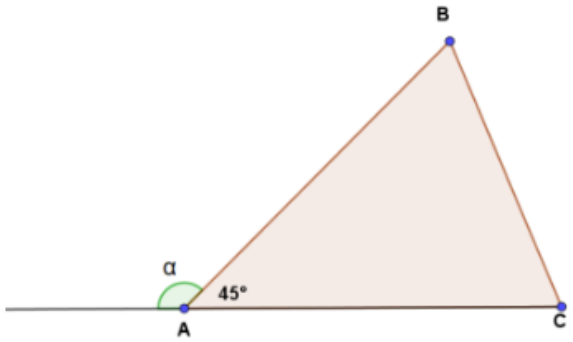
Argomentare per confrontare le probabilità di due eventi

Argomentare: Produrre, verificare e giustificare affermazioni, in modo formale o non formale

III secondaria di I grado

Domanda

Osserva la figura.



L'angolo α misura 135°?
Nella tabella che segue indica la sola argomentazione che giustifica la risposta corretta.

Per rispondere clicca su una delle alternative.

Se ti accorgi di aver sbagliato, devi prima deselezionare la risposta scelta e poi cliccare con il mouse sul pallino accanto alla risposta che ritieni corretta.

Sì, perché		No, perché	
A	la somma degli angoli esterni di un triangolo è sempre 360°	C	ABC è un triangolo acutangolo
B	la somma tra 135° e 45° è 180°	D	45° < 90°

Ambito: Spazio e figure

Livello di difficoltà: Medio

Risposta corretta: B

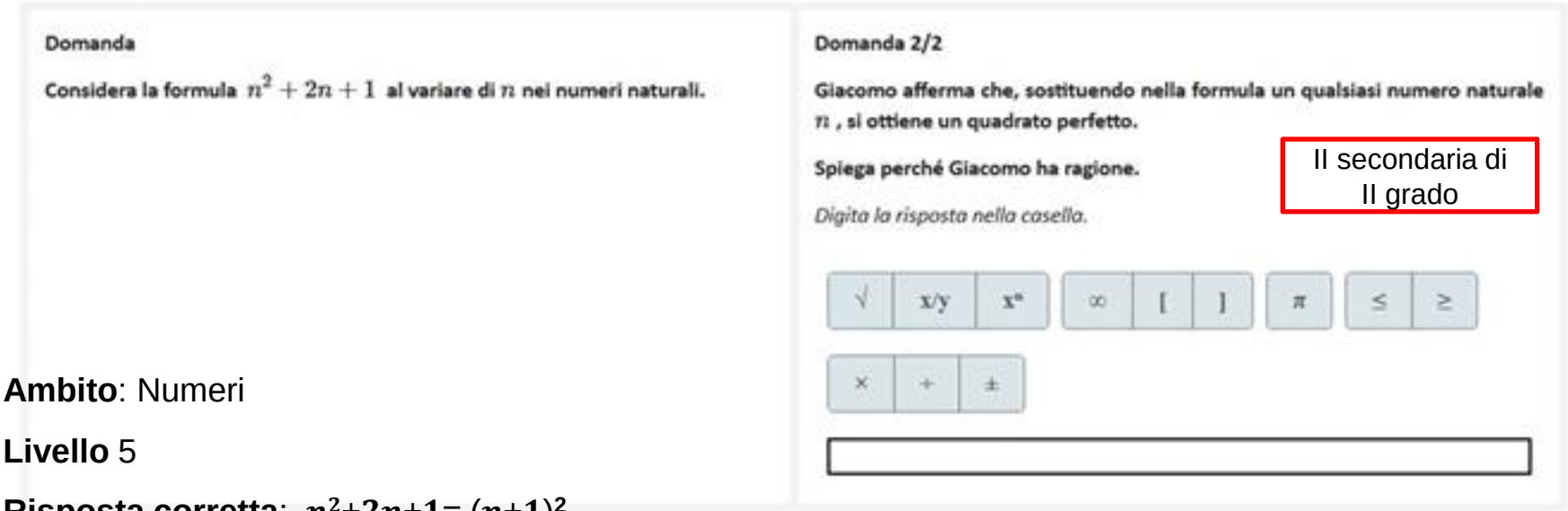
Dimensione: Argomentare

Traguardo: Produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite (ad esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione).

Formato: Scelta multipla

Scopo della domanda: Argomentare sulle proprietà di angoli supplementari in contesto

Argomentare: Produrre, verificare e giustificare affermazioni, in modo formale o non formale



Ambito: Numeri

Livello 5

Risposta corretta: $n^2+2n+1=(n+1)^2$

Dimensione: Argomentare

Traguardo: Produce argomentazioni esplicitando la tesi, utilizzando conoscenze e forme argomentative pertinenti alla tesi oggetto di argomentazione

Formato: Risposta aperta articolata
Scopo della domanda: Produrre un'argomentazione in ambito algebrico.

Argomentare: Produrre, verificare e giustificare affermazioni, in modo formale o non formale

Domanda

Qualunque valore si attribuisca al numero naturale n, $n^2 - n + 5$ è un numero primo.

V secondaria di II grado

Scegli una delle due affermazioni e completa la frase.

Digita la risposta alla domanda nella casella corretta.

La precedente proposizione è vera, perché

√	x/y	x^n	log	ln	e	∞	[	]	π	sin	cos	≤	≥	×	÷	±

La precedente proposizione è falsa, perché

√	x/y	x^n	log	ln	e	∞	[	]	π	sin	cos	≤	≥	×	÷	±

Argomentare: Produrre, verificare e giustificare affermazioni, in modo formale o non formale

Ambito: Numeri

Risposta corretta: la precedente proposizione è falsa perché… Sono corrette tutte le risposte che forniscono un controesempio corretto, per esempio:

- se n=5 il numero che si ottiene è 25 che non è primo
- se n=10 il numero che si ottiene è 95 (è possibile lasciare implicito che il numero non sia primo)
- se n=6 il numero che si ottiene non è primo.
- oppure è corretta una risposta del tipo: «perché non esiste una formula che generi solo numeri primi.

Non sono accettabili risposte come:» per alcuni valori di n non si ottiene un numero primo».

Dimensione: Argomentare

Traguardo: Produce argomentazioni esplicitando la tesi, utilizzando conoscenze e forme argomentative pertinenti alla tesi oggetto di argomentazione

Formato: Risposta aperta articolata

Scopo della domanda: Produrre un'argomentazione in ambito algebrico.

La prova di matematica del Grado 13

La prova INVALSI alla fine del secondo ciclo di istruzione vuole verificare conoscenze e competenze che si sono costruite durante un lungo percorso cercando di garantire un forte carattere di continuità fra il primo e il secondo ciclo.

continuità verticale

Presenza di contenuti e competenze comuni in tutte le prove INVALSI, con domande che servono per valutare se alcune conoscenze e competenze di base si sono *mantenute* fino alla fine del secondo ciclo di istruzione

La prova di matematica del Grado 13

- **Nelle Indicazioni nazionali/Linee guida si può individuare un insieme di contenuti e di competenze trasversali, e quindi comuni, a tutti gli indirizzi di studi.**

continuità trasversale

- **Presenza di contenuti e competenze comuni nelle prove INVALSI di tutti gli indirizzi che vengono approfonditi e ricontestualizzati nel secondo biennio della scuola secondaria di secondo grado**

La prova di matematica del Grado 13

- **Le Indicazioni nazionali/Linee Guida presentano, sia nella distribuzione dei quadri orari sia a livello di contenuti, elementi di differenziazione che vanno accentuandosi nel secondo biennio e nel quinto anno.**

- **Sono stati confrontati gli esiti delle sperimentazioni condotte dal 2014 con quanto previsto dalle Indicazioni nazionali/Linee guida per cercare un *riscontro empirico* tra il curricolo previsto e quello insegnato.**

- **Allo scopo di valorizzare alcuni aspetti che la disciplina assume nei curricoli del Liceo scientifico e degli Istituti tecnici sono previste, nelle prove INVALSI, domande che caratterizzano questi percorsi di studi.**

La prova di matematica del Grado 13

La tipologia dei quesiti:

- **domande di manutenzione (M): contenuti fondamentali, in stretta continuità con i traguardi della scuola secondaria di primo grado (grado 8) e del primo biennio della scuola secondaria di secondo grado (grado 10). Esempi: letture di grafici e tabelle, calcolo di perimetri, aree e volumi, percentuali, ordini di grandezza, relazioni lineari fra grandezze, ecc.**
- **domande di ricontestualizzazione (R): propongono situazioni simili a quelle già incontrate nel grado 8 o 10 (per oggetti di riferimento, contesti, compiti richiesti, ecc.), ma che richiedono l'acquisizione di nuovi strumenti e nuovi contenuti matematici appresi nel corso del secondo biennio. Esempi: la geometria analitica, i modelli esponenziali e logaritmici, le funzioni circolari, ecc.**

La prova di matematica del Grado 13

La tipologia dei quesiti:

- **domande di analisi matematica (T) (versione per istituti tecnici): l'insegnamento dell'analisi matematica, propedeutica alle discipline professionalizzanti (economia, elettronica, informatica, costruzioni, ecc.) è prevista di norma al quarto anno solo per gli istituti tecnici (ITE e ITT)**
- **domande di analisi matematica e di approfondimento contenutistico (LS) (liceo scientifico, tutte le opzioni): quesiti per contenuto e livello specifici e caratterizzanti questo percorso di studi. Esempi: geometria nello spazio, calcolo delle probabilità, analisi matematica, ecc.**

La prova di matematica del Grado 13

TRE tipologie di prove:

A. **Licei non scientifici e Istituti professionali con quesiti *M* e *R***

B. **Istituti tecnici con quesiti *M*, *R* e *T***

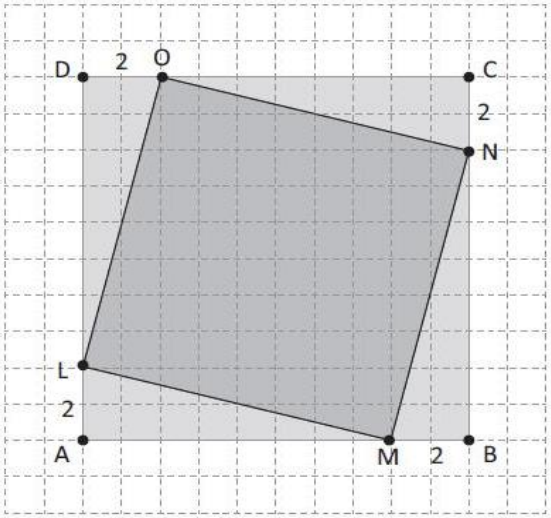
C. **Licei scientifici (tutte le opzioni di liceo scientifico) con quesiti *M*, *R* e *LS***

Esempio Spazio e figure

Gradi precedenti

Grado 8

In un quadrato ABCD di lato 10 cm è inscritto un quadrato LMNO. I segmenti DO, CN, BM e AL sono uguali fra loro e ciascuno di essi misura 2 cm.



DO = CN = BM = AL = 2 cm

a. **Quanto misura l'area del quadrato LMNO?**

Risposta: 68 cm²

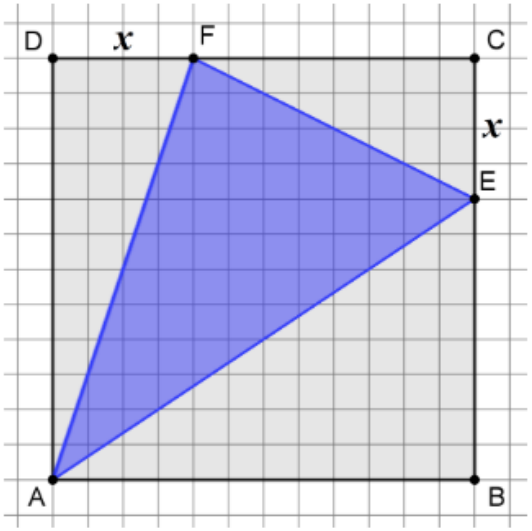
Manutenzione

Esempio per Istituti Tecnici

Spazio e figure

Domanda

In un quadrato ABCD di lato 12 cm è inscritto un triangolo AEF.



Domanda 1/2

$DF = CE = x$.

Se $x = 4$ cm, qual è l'area del triangolo AEF?

Fai riferimento alla figura a sinistra e digita la risposta alla domanda.

Risposta: 56 cm^2

Scopo della domanda

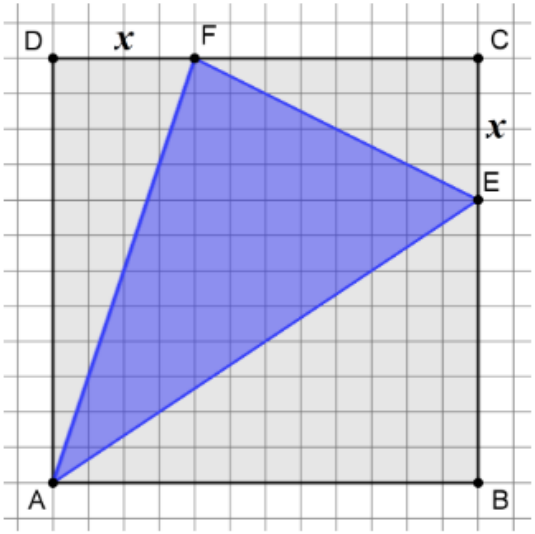
Calcolare l'area di un triangolo per scomposizione

Ricontestualizzazione

Esempio per Istituti Tecnici Spazio e figure

Domanda

In un quadrato ABCD di lato 12 cm è inscritto un triangolo AEF.



Domanda 2/2

Immagina ora che i punti F e E si muovano lungo i lati del quadrato ABCD.

L'area del triangolo AEF, al variare di x tra 0 e 12, è descritta dall'espressione

$$A = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 72 .$$

Fai riferimento alla figura a sinistra e indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

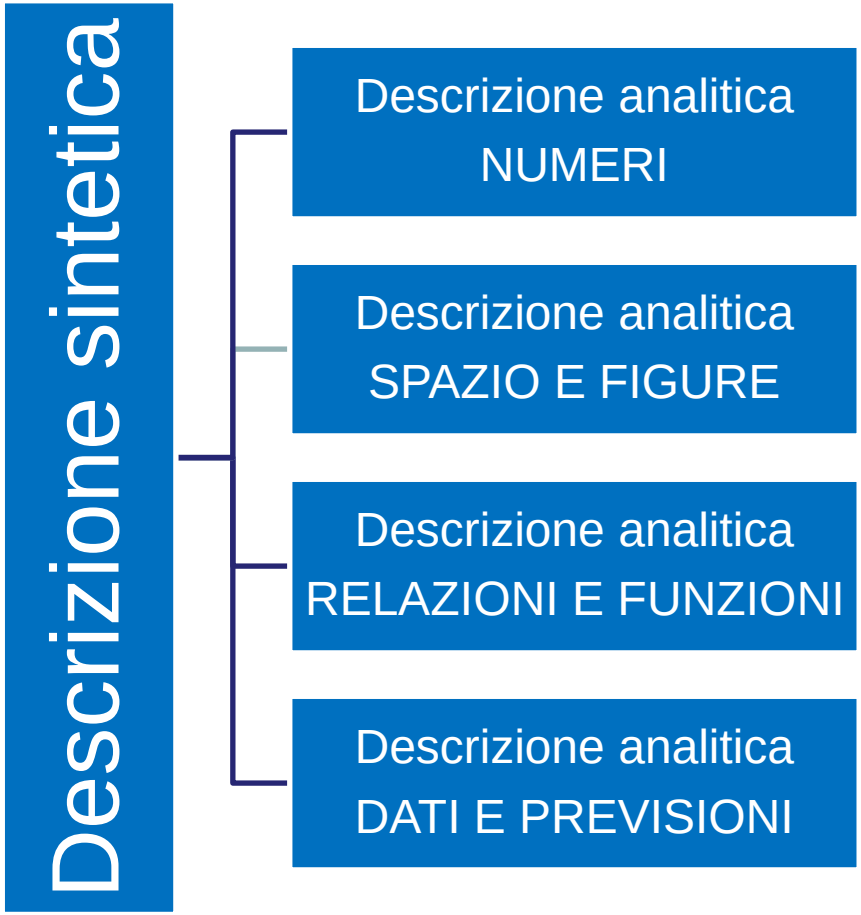
Per rispondere clicca su una alternativa in ogni riga.

	V	F
1. Se $x = 0$, l'area del triangolo AEF è uguale alla metà dell'area del quadrato	●	○
2. L'area del triangolo AEF per $x = 4$ è minore dell'area del triangolo per $x = 8$	○	●
3. Se $x = 6$, l'area del triangolo AEF è minima	●	○

Scopo della domanda

Valutare la variazione dell'area di un triangolo seguendo diversi possibili approcci.

La descrizione dei livelli di apprendimento



https://invalsi-areaprove.cineca.it/docs/2019/MAT_Descrizione_analitica_livelli_2019_G08.pdf

Matematica

- [03.06.2019] **Descrittori dei livelli INVALSI per la certificazione di competenza – MATEMATICA**
- [30.09.2019] **Descrittori analitici dei livelli INVALSI – MATEMATICA**
- [15.10.2019] **Esempi di domanda per ambiti e livelli di competenza - MATEMATICA**

Descrizione sintetica

Livello 3

L'allievo/a utilizza le abilità di base acquisite nella scuola secondaria di primo grado e collega tra loro le conoscenze fondamentali. Risponde a domande che richiedono semplici ragionamenti a partire dalle informazioni e dai dati o che richiedono il controllo dei diversi passaggi risolutivi e del risultato. Risolve problemi in contesti abituali element rappres Riconos uno ste esempic

Descrizione analitica

Relazioni e funzioni

L'allievo/a identifica, attraverso un'analisi dettagliata delle informazioni presenti nella domanda, la formula o il grafico che modellizza la situazione descritta. Ricava da un grafico le informazioni facilmente riconoscibili e interpreta la situazione problematica da esso rappresentata. Riconosce un'espressione algebrica che corrisponde alla descrizione verbale di semplici proprietà dei numeri naturali come per esempio la parità, oppure relativa a

Domanda

Per una ditta, il costo di ogni fotocopia è 1 centesimo di euro.

La ditta, inoltre, paga un canone mensile fisso di 50 euro per il noleggio della fotocopiatrice.

Per rispondere clicca su una delle alternative.

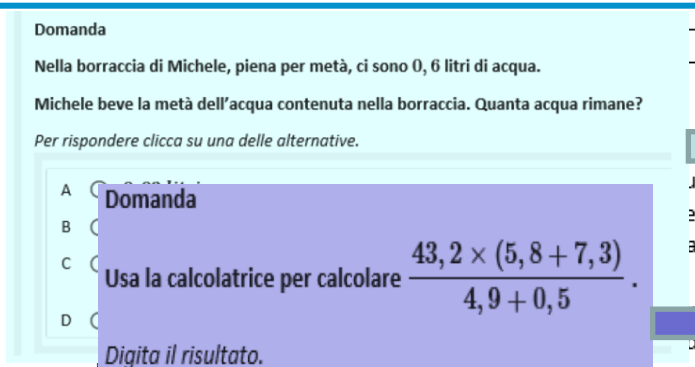
La formula che descrive il costo mensile C in euro in funzione del numero x di fotocopie è

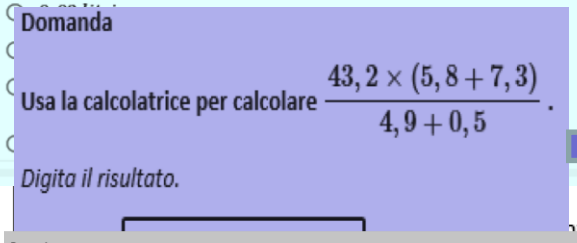
A ○ $C = 50 + 0,01x$

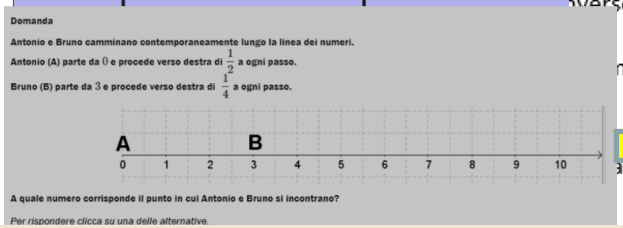
B ○ $C = 0,01x$

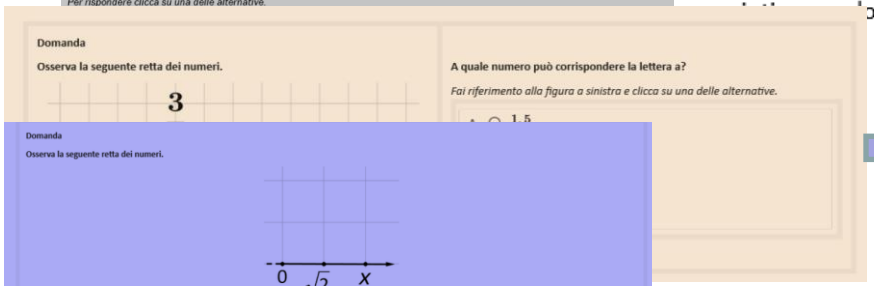
C ○ $C = 0,01 + x$

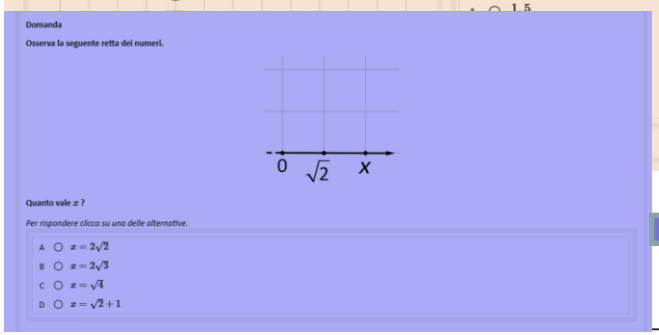
D ○ $C = 50 \cdot (0,01x)$











	LIVELLO	LIVELLO ANALITICO
umeri interi, frazioni e e utilizzando gli usuali alutando quale	1	L'allievo/a conosce il sistema dei numeri naturali e opera in esso. Conosce la scrittura dei numeri decimali, esegue calcoli e opera confronti fra semplici numeri decimali.
delle potenze per	2	L'allievo/a conosce semplici proprietà dei numeri decimali, per esempio è in grado di calcolare un risultato tenendo conto della priorità delle operazioni. Utilizza correttamente la calcolatrice per svolgere calcoli fra numeri decimali e risolve problemi diretti anche in contesti reali.
verso dell'elevamento al nero decimale che a di operazioni che	3	L'allievo/a è in grado di collegare e integrare fra loro due o più conoscenze fondamentali relative a operazioni, ordinamenti tra numeri razionali e rappresentazioni di oggetti matematici. Per esempio, utilizza nel calcolo il passaggio dalla frazione alla rappresentazione decimale oppure si muove sulla retta dei numeri anche utilizzando frazioni dell'unità di misura.
	4	L'allievo/a è in grado di collegare e integrare fra loro più conoscenze fondamentali le cui relazioni sono fornite in modo implicito o ricavate da una rappresentazione. Per esempio, individua il rapporto fra due numeri razionali rappresentati sulla retta dei numeri.
	5	L'allievo/a padroneggia significati e proprietà dei contenuti, con i quali riesce a operare inferenze e collegamenti integrando fra loro i diversi aspetti. Per esempio, individua una relazione rappresentata sulla retta dei numeri e ne riconosce la scrittura corrispondente.

LA GRADUALITA' DELLE DOMANDE SECONDO I LIVELLI

LIVELLO 2

La domanda richiede di riconoscere tra diverse formule quella che modellizza la situazione descritta nel testo della domanda.
Nello specifico le opzioni di risposta riportano i dati facilmente identificabili nel testo. Tra le quattro opzioni due possono essere scartate perché non riportano entrambi i valori numerici necessari per modellizzare la situazione e quindi la scelta si può ridurre alle uniche due opzioni che mettono in relazione il compenso fisso e il costo orario.

Domanda

Per la manutenzione del sistema di riscaldamento di un condominio un tecnico richiede un compenso fisso di 60 euro, più 40 euro per ogni ora di lavoro.

Quale delle seguenti formule consente di calcolare il costo complessivo S (in euro) al variare della durata t (in ore) del lavoro svolto?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

A ○ $S = 40t$

B ○ $S = 60t$

C ○ $S = 40 + 60t$

D ○ $S = 60 + 40t$

Descrizione Sintetica	Descrizione Analitica
LIVELLO 2	
e le nozioni fondamentali ndicazioni nazionali di scuola secondaria di primo procedimenti di calcolo e base. Utilizza le abituali degli oggetti ti (ad esempio i numeri	***NUMERI*** L'allievo/a conosce semplici proprietà dei numeri decimali, per esempio è in grado di calcolare un risultato tenendo conto della priorità delle operazioni. Utilizza correttamente la calcolatrice per svolgere calcoli fra numeri decimali e risolve problemi diretti anche in contesti reali. ***SPAZIO E FIGURE*** L'allievo/a si orienta nel piano e nello spazio individuando il punto di vista da cui si osserva un oggetto o determinando la posizione di un oggetto rispetto a un riferimento dato, in un contesto reale. Conosce le definizioni dei principali oggetti geometrici, per esempio quella di diametro di una circonferenza, e li sa identificare su una figura piana. In particolare conosce e distingue i concetti di area e perimetro di un poligono, per esempio individua poligoni equivalenti o isoperimetrici utilizzando strategie di conteggio. ***RELAZIONI E FUNZIONI*** L'allievo/a identifica una formula o un grafico di funzione che modellizzano situazioni descritte nel testo della domanda, operando, tra diverse opzioni, una scelta che richiede una semplice analisi della formula o del grafico. Riconosce formule ed espressioni che esprimono relazioni e proprietà, per esempio di proporzionalità, esplicitate chiaramente nel testo. ***DATI E PREVISIONI*** L'allievo/a rappresenta e interpreta dati ricavandoli da diagrammi a barre o cartesiani, anche in contesti non abituali. Riconosce e quantifica situazioni di incertezza in contesti abituali. Individua, fra diverse argomentazioni proposte, quella

LA GRADUALITA' DELLE DOMANDE SECONDO I LIVELLI

LIVELLO 3

La domanda richiede di riconoscere tra diverse formule quella che modellizza la situazione descritta nel testo della domanda.
Analogamente alla domanda di livello 2, due delle opzioni non presentano tutti i dati necessari per modellizzare la situazione ma, in questo caso, nella scelta tra le rimanenti opzioni, si deve distinguere quali operazioni tra variabili e numeri della formula descrivono la relazione tra il costo mensile e il numero di fotocopie.

Domanda

Per una ditta, il costo di ogni fotocopia è 1 centesimo di euro.

La ditta, inoltre, paga un canone mensile fisso di 50 euro per il noleggio della fotocopiatrice.

Per rispondere clicca su una delle alternative.

La formula che descrive il costo mensile C in euro in funzione del numero x di fotocopie è

A ○ $C = 50 + 0,01x$

B ○ $C = 0,01x$

C ○ $C = 0,01 + x$

D ○ $C = 50 \cdot (0,01x)$

Descrizione Sintetica	Descrizione Analitica
LIVELLO 3	
llievo/a utilizza le abilità di base acquisite la scuola secondaria di primo grado e lega tra loro le conoscenze fondamentali.	forniti nel testo o sulla figura, per esempio applicando correttamente il teorema di Pitagora in contesti reali, calcolando il volume di un solido standard di cui siano note le dimensioni oppure operando un cambiamento di scala. Riconosce lo sviluppo piano di un solido e ne individua la rappresentazione tridimensionale a partire da sue rappresentazioni bidimensionali. ***RELAZIONI E FUNZIONI*** L'allievo/a identifica, attraverso un'analisi dettagliata delle informazioni presenti nella domanda, la formula o il grafico che modellizza la situazione descritta. Ricava da un grafico le informazioni facilmente riconoscibili e interpreta la situazione problematica da esso rappresentata. Riconosce un'espressione algebrica che corrisponde alla descrizione verbale di semplici proprietà dei numeri naturali come per esempio la parità, oppure relativa a semplici situazioni in contesto. Calcola il risultato che si ottiene sostituendo un valore numerico in formule che esprimono relazioni o proprietà.

(CONTINUA)

LA GRADUALITA' DELLE DOMANDE SECONDO I LIVELLI

LIVELLO 4

La domanda richiede di completare le parti mancanti di una formula che modellizza una situazione descritta nel testo. Data la struttura di una relazione tra variabili, attraverso un'analisi dettagliata delle informazioni presenti nel testo, si devono collegare i coefficienti alle variabili presentate nella formula.

Domanda

In un test sono assegnati 2 punti per ogni risposta corretta, -1 punto per ogni risposta errata e 0 punti per ogni risposta mancante.
Il test è costituito da 30 domande.

Completa la formula seguente che permette di calcolare il punteggio (P) totalizzato nel test.

- C indica il numero delle risposte corrette
- E il numero delle risposte errate
- M il numero delle risposte mancanti

Digita i completamenti nelle caselle.

$$P = \square \cdot C + \square \cdot E + \square \cdot M$$

Descrizione Sintetica	Descrizione Analitica
LIVELLO 4	
L'allievo/a conosce, anche in casi non ordinari, i principali oggetti matematici (ad esempio una figura geometrica) incontrati a scuola secondaria di primo grado e utilizza con efficacia le conoscenze apprese per rispondere a domande nelle quali le informazioni non sono esplicitamente giungere a una soluzione e riconosce, tra diverse argomentazioni per sostenere una tesi, quella corretta. Produce argomentazioni a supporto di una risposta data, in particolare sulla rappresentazione di un insieme di dati.	***RELAZIONI E FUNZIONI*** L'allievo/a trasforma formule per esplicitare una variabile di cui vuole calcolare un valore e modellizza la situazione descritta nella domanda completando parti mancanti di una formula data. Legge e interpreta grafici di funzioni individuando, per esempio, la velocità in un grafico posizione-tempo o il punto di equilibrio tra due funzioni lineari. Riconosce, fra diverse espressioni algebriche date, quella che descrive una proprietà dei numeri naturali, come per esempio la divisibilità, oppure situazioni in contesto che richiedono di controllare più condizioni. Riconosce l'argomentazione corretta relativa a relazioni o proprietà tra grandezze, interpretando un testo non elementare. ***DATI E PREVISIONI*** L'allievo/a risolve problemi interpretando e ricavando dati da rappresentazioni grafiche complesse, per esempio da grafici cartesiani, diagrammi a barre e ideogrammi, con analisi dettagliate anche in contesti non abituali. Calcola una probabilità individuando i casi favorevoli e quelli possibili attraverso procedure o strategie basate su dati rappresentati in forma grafica. Produce argomentazioni per giustificare affermazioni in seguito a un'analisi dettagliata dei dati disponibili ricavati da una tabella.

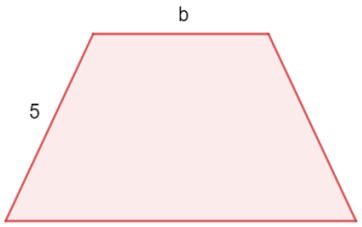
LA GRADUALITA' DELLE DOMANDE SECONDO I LIVELLI

Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004

LIVELLO 5

La domanda richiede di produrre una formula che modellizza una situazione in contesto geometrico integrando informazioni presenti nel testo verbale e nella figura.
Per esprimere come varia il perimetro del trapezio in funzione della lunghezza di un suo lato occorre sapere che un trapezio isoscele ha due lati congruenti e sfruttare la relazione tra le basi (base maggiore è il doppio della base minore) traducendola in linguaggio simbolico.

Nel trapezio isoscele in figura la base maggiore è doppia della minore. (1)

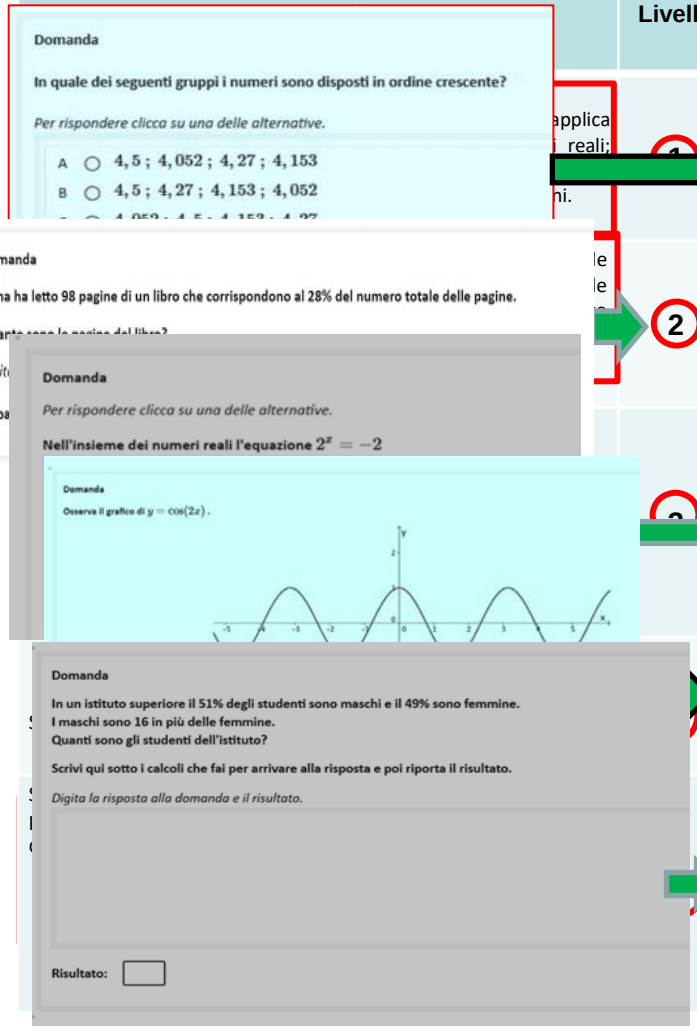


Scrivi una formula che esprima il perimetro *p* del trapezio in funzione di *b*. (2)

Digita la risposta alla domanda. (3)

Risposta: *p* =

Descrizione Sintetica	Descrizione Analitica
LIVELLO 5	
L'allievo/a utilizza con sicurezza gli aspetti concettuali e procedurali degli argomenti più importanti proposti nelle Indicazioni nazionali di matematica per la scuola secondaria di primo grado. Risponde a domande che richiamano situazioni non ordinarie per le quali è necessario costruire un modello adeguato. Utilizza diverse rappresentazioni degli oggetti matematici e passa con sicurezza da una all'altra. Illustra e schematizza procedimenti e strategie risolutive dei problemi e fornisce giustificazioni con un linguaggio adeguato al grado scolastico, anche utilizzando simboli, in tutti gli ambiti di contenuto (Numeri, Spazio e figure, Relazioni e funzioni, Dati e previsioni).	***RELAZIONI E FUNZIONI*** L'allievo/a costruisce formule lineari che modellizzano situazioni problematiche in contesti diversi e trasforma formule padroneggiando definizioni e procedure. Risolve problemi in contesti complessi, per esempio in situazioni dove sono presenti relazioni di proporzionalità, esplicitando le strategie risolutive. Riconosce, fra diverse espressioni algebriche date, quella che modellizza una situazione complessa, per esempio un modello non lineare. Produce giustificazioni relative a proprietà dei numeri naturali. ***DATI E PREVISIONI*** L'allievo/a interpreta dati analizzando rappresentazioni grafiche e tabelle complesse e non abituali, per esempio passa da un grafico a una tabella o viceversa. Risolve problemi tenendo conto dei vincoli, collegando proprietà e contenuti; per esempio attiva strategie e ragionamenti per individuare lo spazio degli eventi allo scopo di calcolare una probabilità. Riconosce argomentazioni adeguate a sostenere una tesi in contesti reali, per esempio quelle che coinvolgono il calcolo di percentuali composte. Produce giustificazioni relative a contesti familiari, per esempio sul confronto fra percentuale e valore assoluto o sulla media aritmetica.



Livello	Descrizione analitica
1	L'allievo/a utilizza e collega conoscenze elementari relative a proprietà dei numeri naturali e decimali acquisite nei gradi scolari precedenti (per esempio sa ordinare un insieme di numeri decimali).Risolve semplici problemi in contesti concreti utilizzando strumenti matematici elementari.
2	L'allievo/a risolve semplici problemi che coinvolgono conoscenze di base, come la divisibilità, la proporzionalità, le percentuali, utilizzando procedure studiate nei gradi scolari precedenti. Riconosce l'equivalenza tra una semplice espressione algebrica e una sua scomposizione in fattori. È in grado di riconoscere una giustificazione espressa in linguaggio algebrico di una semplice affermazione relativa ai numeri naturali.
3	L'allievo/a dimostra una buona padronanza delle conoscenze di base e delle relazioni fra esse, come per esempio quelle relative al concetto di percentuale. Utilizza diverse rappresentazioni nella scrittura dei numeri ed è in grado di passare dall'una all'altra per risolvere problemi. Produce argomentazioni a sostegno di un'affermazione relativa a contesti reali e conosciuti. Utilizza proprietà degli esponenziali per individuare l'insieme delle soluzioni di semplici equazioni e disequazioni. In contesti reali è in grado di effettuare stime numeriche.
4	L'allievo/a è in grado di scegliere giustificazioni e completare dimostrazioni relativamente a proprietà che riguardano i numeri naturali e le operazioni fra essi, anche utilizzando il linguaggio algebrico. Individua l'insieme delle soluzioni di un'equazione anche utilizzando rappresentazioni grafiche di funzioni.
5	L'allievo/a risolve problemi modellizzabili con equazioni scegliendo rappresentazioni opportune dei dati numerici disponibili. È in grado di utilizzare il linguaggio algebrico per produrre dimostrazioni di proposizioni relative ai numeri primi e alla divisibilità fra numeri e a quella fra polinomi. Dimostra la falsità di proposizioni quantificate universalmente, anche espresse con il linguaggio algebrico, mediante la scelta di opportuni controesempi. Individua il numero di soluzioni di un'equazione parametrica al variare del parametro.

Come costruire attività didattiche utilizzando le domande delle prove INVALSI

Prove cartacee – prove CBT: Riflessioni

- Quando le prove erano cartacee, venivano somministrate a scuola conclusa
- Non si aveva la possibilità di lavorare con gli studenti sui loro errori perché non li avremmo più visti
- Gli errori di quegli studenti erano relativi solo ad alcuni argomenti
- I docenti vedevano quegli errori solo nel momento della correzione e difficilmente li avrebbero analizzati a settembre riprendendo i fascicoli

Come fare per vedere gli errori degli studenti alle prove Invalsi?

- Utilizzate le prove presenti in vari siti:
  - https://invalsi-areaprove.cineca.it/index.php?get=static&pag=esempi_prove_grado_8
  - https://www.invalsiopen.it/percorsi-strumenti-invalsi/matematica/mettiamoci-alla-prova/
  - https://www.gestinv.it/Matematica.aspx

Come fare per vedere gli errori degli studenti alle prove Invalsi?

– Somministrate una domanda per volta a seconda dell'argomento.

Potenze

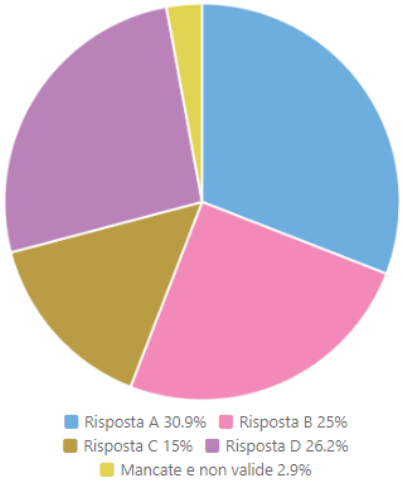
gestinv

Sito istituzionale

E11. **La decima parte di 10^{20} è**

A. 10^{10}
B. 1^{20}
C. 100
D. 10^{19}

Domande a risposta multipla



D3. **Il numero $1\,000^{100}$ è uguale a:**

A. $10^{100\,000}$
B. 10^{103}
C. 10^{6}
D. 10^{300}

DIFFICILE

Come fare per vedere gli errori degli studenti alle prove Invalsi?

- Somministrate una domanda per volta a seconda dell'argomento.

Utilizzo delle lettere

Invalsiopen

Sito istituzionale

Mettiamoci alla Prova!
Rispondiamo alle domande INVALSI della Prova di Matematica

Qui di seguito sono riportati esempi di domande INVALSI interattive dell'ambito Numeri per il grado 8, ovvero l'ultimo anno di Scuola secondaria di primo grado. Per rispondere alle domande è sufficiente selezionare una delle alternative presenti, premere il tasto *invia* per ricevere un feedback immediato sulla risposta fornita e ottenere le informazioni circa le caratteristiche della domanda.

D1. Il successivo di un numero naturale *a* è sempre minore del doppio di *a*?

Scegli la sola argomentazione che giustifica la risposta corretta.

A. Sì, perché il successivo di *a* si ottiene aggiungendo 1 e il doppio di *a* si ottiene moltiplicando *a* per 2

B. Sì, perché se *a* = 3 il successivo di *a* è minore del doppio di *a*

C. No, perché *a* è sempre minore del suo successivo

D. No, perché se *a* = 1 il successivo di *a* è uguale al doppio di *a*

Invia

D2. Il successivo di un numero naturale *a* è sempre minore del doppio di *a*?

Nella tabella che segue indica la sola argomentazione che giustifica la risposta corretta.

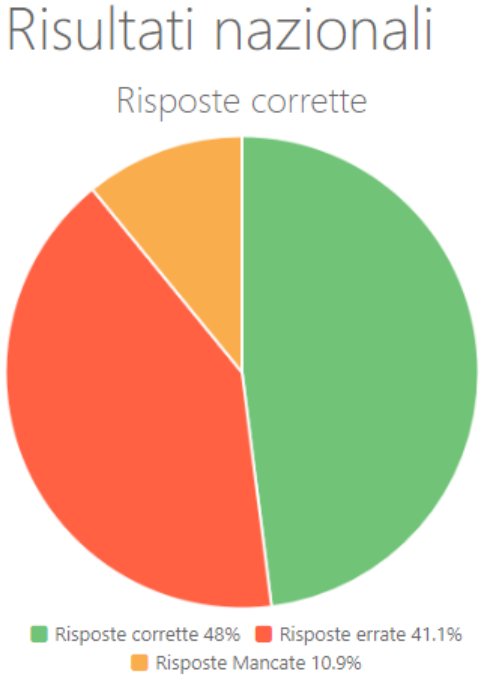
Sì, perché...			No, perché ...		
A.	☐	il successivo di *a* si ottiene aggiungendo 1 e il doppio di *a* si ottiene moltiplicando *a* per 2	C.	☐	*a* è sempre minore del suo successivo
B.	☐	se a = 3 il successivo di *a* è minore del doppio di *a*	D.	☐	se *a* = 1 il successivo di *a* è uguale al doppio di *a*

Come fare per vedere gli errori degli studenti alle prove Invalsi?

- Somministrate una domanda per volta a seconda dell'argomento.

Utilizzo delle lettere

gestinv



D14. **La somma di due numeri naturali *a* e *b* è pari. Se aggiungo 1 a entrambi i numeri, come sarà ora la somma? Scegli una delle due risposte e completa la frase.**

☐ La somma sarà pari perché .....

.....

.....

.....

☐ La somma sarà dispari perché .....

.....

.....

.....

356 $\left(\frac{1}{3}a^3b^2+\frac{2}{5}a^2b^3\right)+\left(\frac{20}{3}a^3b^2+\frac{13}{5}a^2b^3\right)+(-a^3b^2-a^2b^3)$

357 $\left(a^2-\frac{ab}{4}+b^2\right)+\left(b^2+ab-\frac{a^2}{4}\right)+\left(ab-a^2-\frac{b^2}{4}\right)$

358 $\left(\frac{3}{4}a^2+a^2b^2\right)+\left(\frac{4}{5}a^2-3a^2b^2\right)+\left(-7a^2b^2-\frac{1}{10}a^2\right)$

359 $\left(\frac{2}{3}a^3b-5a^2b^2+\frac{3}{4}a^2b^3-c^4\right)-4a^3b+\left(-\frac{1}{6}a^3b+c^4-3a^2b^3\right)$

360 $\left(\frac{5}{4}a^2b^2c^4-\frac{4}{5}a^3b^2c^4+\frac{2}{5}a^3b^2c\right)+\left(-\frac{4}{5}a^2b^2c^4+\frac{2}{5}a^3b^2c\right)$ $-\frac{1}{20}a^3$

361 $\left(a^3-\frac{3}{4}a^2x+\frac{1}{3}ax^2-\frac{5}{8}x^3\right)-\left(a^3+\frac{1}{2}a^2x+\frac{1}{4}ax^2-\frac{3}{4}x^3\right)$

362 $\left(xy+7x^2y^2-3x^3y^3-\frac{7}{8}x^4\right)+\left(-9xy-\frac{5}{4}x^4\right)-(-4x^4y^3-8x^3y^3-8xy)$

363 $\left(a-3b+\frac{1}{2}c\right)-\left(\frac{1}{4}b+a-\frac{1}{2}c\right)-(c-2b)$

364 $\frac{1}{3}a-\left(5b+\frac{3}{4}c\right)-\left(-\frac{2}{3}a-4b\right)+\left(\frac{7}{4}c+b\right)$

365 $\left(\frac{2}{5}-a\right)+\left(b-\frac{1}{5}a\right)-\left(c+\frac{1}{2}b\right)-\left(\frac{3}{2}b-\frac{6}{5}a+\frac{2}{5}\right)$

366 $3-(a^2-b^2+1)+(c^2-1-2b^2)-\left(1+\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{2}c^2-b^2\right)$

367 $\frac{2}{7}a^3-\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{4}a^3+\frac{1}{3}b\right)-\left(\frac{1}{4}b+\frac{15}{28}a^3+\frac{3}{5}\right)+\frac{7}{12}b$

368 $\left(\frac{1}{2}a-\frac{2}{3}b-\frac{3}{4}c+\frac{4}{5}\right)-\left(\frac{1}{3}b+\frac{1}{4}c+\frac{1}{2}a+\frac{9}{5}\right)$

369 $a^2b^2-\left\{\frac{1}{2}a^2b+\left[\frac{1}{3}-\left(a^2b+\frac{1}{4}a^2b^2\right)+\frac{5}{4}a^2b^2+\frac{2}{3}\right]\right\}$

370 $\left(\frac{1}{3}abc-\frac{1}{4}a^2+\frac{11}{5}\right)-\left[b^2-\left(\frac{5}{4}a^2+\frac{2}{9}abc\right)+\frac{6}{5}\right]+b^2-1$

371 $\left\{\left[\left(a^2b-\frac{1}{3}ab^2+\frac{1}{4}a^2b^2\right)-\frac{2}{3}ab^2\right]-(a^2b-ab^2)\right\}+\frac{3}{4}a^2b^2$

372 $(ab^2c-abc^2-a^2bc)-\left[\frac{1}{4}a^2bc-\left[\frac{1}{2}ab^2c+\left(abc^2-\frac{3}{2}ab^2c\right)\right]\right]$

M240801400

D14. La somma di due numeri naturali *a* e *b* è pari. Se aggiungo 1 a entrambi i numeri, come sarà ora la somma? Scegli una delle due risposte e completa la frase.

C ☒ La somma sarà pari perché 2+3=5 → 4+4=8 ; 5+5=10 → 6+6=12

Perché aggiungo 1 ad entrambi i numeri, fa in modo che, che siano pari il risultato sarà pari.

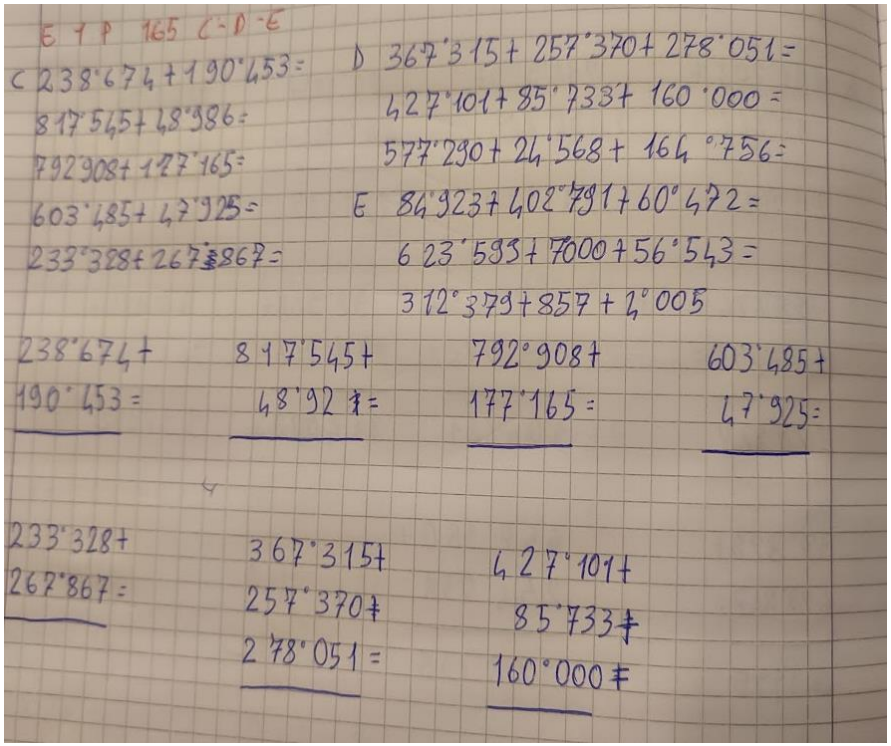
D14. La somma di due numeri naturali *a* e *b* è pari. Se aggiungo 1 a entrambi i numeri, come sarà ora la somma? Scegli una delle due risposte e completa la frase.

☒ La somma sarà pari perché la somma di due numeri uguali è sempre pari

M240801400

D6. La somma di due numeri naturali *a* e *b* è pari. Se aggiungo 1 a entrambi i numeri, come sarà ora la somma? Scegli una delle due risposte e completa la frase.

E ☒ La somma sarà pari perché se comincio con essere pari e poi aggiungo 1 a entrambi i numeri, tutti e due a e b avranno un numero in più ma saranno sempre uguali e avranno lo stesso risultato finale, quindi è pari



B1. Se al numero 18 aggiungi 10 decimi ottieni:

A. ☐ 18,10

B. ☐ 19

C. ☐ 28

D. ☐ 118

FT 2024 – 15% risposte corrette

V primaria

La griglia di progettazione e analisi della prova

GRIGLIA DI PROGETTAZIONE E ANALISI DELLA PROVA		
Item		
Ambito di contenuto		
Traguardo		
Stima % risposte corrette		
Che opportunità hanno gli alunni di acquisire le abilità necessarie per rispondere a questa domanda?		
Quali difficoltà si può ipotizzare che incontrino gli studenti nel rispondere a questa domanda?		
Quali difficoltà hanno effettivamente incontrato gli studenti?		
Quali strumenti, attività, metodologie didattiche possono contribuire all'acquisizione delle conoscenze e allo sviluppo delle competenze necessarie per rispondere a questa domanda?		
Che cosa cambia nella mia programmazione didattica in seguito a questo risultato?		

In fase di progettazione e di predisposizione della prova si compila la prima parte della griglia, con lo scopo di chiarire gli ***obiettivi di apprendimento*** di cui si intende verificare il raggiungimento e le ***attese***, in relazione ***all'attività già svolta in classe***.

Come utilizzare le prove INVALSI in un'ottica di valutazione formativa

- Il *teaching to the test* NON FUNZIONA!!!
- Scegliere una tematica alla volta e trovare le domande INVALSI che hanno a che fare con questa tematica.
- Non limitarsi a somministrare batterie di domande, tipo un fascicolo intero, e a restituire agli studenti un semplice punteggio basato sul numero di risposte corrette.
- Le domande possono essere modificate, ad esempio a una domanda a scelta multipla si può aggiungere la richiesta di spiegare il procedimento che ha portato a scegliere quella determinata risposta.
- Ogni domanda, e le relative risposte degli studenti, VANNO DISCUSSE.

Il contributo delle prove INVALSI

- ***In generale non è opportuno*** utilizzare i risultati delle prove ***per la valutazione sommativa del singolo studente***.
- I risultati consentono di ***individuare specifiche aree di intervento*** se analizzati alla luce delle attività svolte in classe e degli obiettivi di apprendimento previsti dal docente.
- Un'attenta ***lettura dei protocolli*** delle risposte fornite dagli studenti nelle domande aperte e ***un'analisi della distribuzione delle opzioni scelte nei quesiti a scelta multipla*** consentono di individuare errori ricorrenti, misconcenzioni diffuse e procedimenti errati.

Il contributo delle prove INVALSI

- E' importante che i ***risultati*** di questa analisi siano ***condivisi*** in modo sistematico ***con la classe*** affinché ogni studente abbia la possibilità di ***elaborare l'esperienza*** costituita dallo svolgimento della prova e di analizzarne i risultati, opportunamente guidato nel suo percorso dal docente, fino ad arrivare a ***riconoscere gli ostacoli che ha dovuto affrontare e i nuovi apprendimenti a cui ciò lo ha condotto***.
- Dall'errore ha origine buona parte dell'apprendimento (Zan), in particolar modo per quel che riguarda la matematica. **L'accettazione degli errori come fonti essenziali di regolazione e di avanzamento** (Astolfi, 1997) si realizza infatti solo a condizione che essi vengano analizzati e compresi, preferibilmente in una situazione diversificata, perché ***non tutti avranno incontrato gli stessi ostacoli***.
- Lo studente, attraverso la consapevolezza del misconcetto o della lacuna che ha generato l'errore, può ***realizzare un recupero autentico***.

La griglia di progettazione e analisi della prova

GRIGLIA DI PROGETTAZIONE E ANALISI DELLA PROVA		
Item		
Ambito di contenuto		
Traguardo		
Stima % risposte corrette		
Che opportunità hanno gli alunni di acquisire le abilità necessarie per rispondere a questa domanda?		
Quali difficoltà si può ipotizzare che incontrino gli studenti nel rispondere a questa domanda?		
Quali difficoltà hanno effettivamente incontrato gli studenti?		
Quali strumenti, attività, metodologie didattiche possono contribuire all'acquisizione delle conoscenze e allo sviluppo delle competenze necessarie per rispondere a questa domanda?		
Che cosa cambia nella mia programmazione didattica in seguito a questo risultato?		

Dopo l'analisi dei protocolli di risposta si compila la seconda parte della griglia, con lo scopo di ***riassumere le difficoltà*** effettivamente incontrate dagli studenti e di ***progettare l'attività di restituzione dei risultati ed eventuali attività di approfondimento e/o recupero.***

INVALSI

Corso di Formazione

I dati INVALSI per un uso informativo, Formativo e per il miglioramento

XI edizione, gennaio/aprile 2025

GRAZIE!